

## שם הקורס – מבוא לקידוד רשת, בניות וחסמים

מספר הקורס 236525

מרצה:	פרופסור טובי עציון
שפת קורס:	עברית כשהשקפים באנגלית
מתרגל/בודק תרגילים:	יפורסם בהמשך
סמסטר:	אביב תשע"ז
שעות הרצאה:	רביעי 10:30-12:30
דרישות קדם:	אלגברה מודרנית, אלגוריתמים, חישוביות
אתר הקורס: (כתובת האתר)	יפורסם בהמשך

בראשיתו הקורס יעסוק במשפטי זרימה בסיסיים ויציג את צוואר הבקבוק שהוא משפט חתך מינימום/זרימה מקסימום. ההתגברות על צוואר הבקבוק היא באמצעות קידוד רשת. ברשתות שבהן יעסוק הקורס יש מספר סופי של משדרים, מספר סופי של מקלטים ומספר סופי של הודעות היוצאות מהמשדרים. כל מקלט מעוניין בקבוצה מסוימת של הודעות. הקורס יעסוק גם ברשתות כלליות וגם ברשתות עם אילוצים לגבי המשדרים המקלטים וההודעות. חלק נכבד יוקדש לרשתות רב-נתיב בהן יש משדר אחד שממנו נשלחות כל ההודעות וקבוצה של מקלטים, כאשר כל מקלט מעוניין בכל ההודעות. עבור משפחה זו נקבל משפט חתך מינימום/זרימה מקסימום עם קידוד רשת, שממנו רואים את היתרון הגדול של ניתוב עם קידוד רשת על ניתוב רגיל. יתרון זה מתבטא גם בסיבוכיות של אלגוריתם הניתוב. בעיות המפתח בשלב הראשון יהיו בעיקר בגודל האלפבית עבורו ניתן לבצע את הניתוב באמצעות קידוד רשת מצד אחד וקביעת הקידוד עבורו ניתן לבצע את הניתוב. השלב הבא יראה שקביעת הקידוד יכולה להיעשות באופן אקראי. בשלב זה כל ההודעות הינן סקלרים ובצורה זו הן מנותבות ברשת. בשלב הבא נתייחס להודעות שהן וקטורים באורך  $k$  והאינפורמציה ברשת מנותבת על ידי וקטורים באורך  $n$ . היחס הטוב ביותר בין  $k$  ל- $n$  אותו ניתן להשיג בניתוב כל ההודעות יקרא הקיבול של הרשת. נושא זה יטופל במספר הרצאות כאשר תעשה גם השוואה בין קידוד רשת סקלרי לקידוד רשת וקטורי. נושא שלישי בו יעסוק הקורס

יהיה העברת האינפורמציה במקרה והאינפורמציה נפגעת כתוצאה מרעש ברשת או התקפה חיצונית. מטריקות לטיפול וצופנים מתאימים יוצגו בחלק זה כאשר תהיה הפרדה בין קידוד רשת דטרמינסטי לקידוד רשת אקראי. השיטות שיוצגו במהלך הקורס יהיו בעיקר שילוב של אלגברה ומבנים קומבינטוריים. מבנים מיוחדים שבהם נשתמש יזכו גם כן לטיפול מיוחד בקורס.

הקורס הינו קורס מתקדם ובמהלכו יוצגו גם בעיות הקשורות לנושאים שיילמדו בכיתה ואת פתרון עדיין לא יודעים.

הציון יורכב מארבעה תרגילי בית שיינתנו החל מהרצאה רביעית כל שתיים-שלוש הרצאות. כמו כן תהיה משימת/תרגיל בונוס.

# Introduction to Network Coding,

## Bounds and Constructions (236525) - Spring 2017

**Lecturer:** **Tuvi Etzion**

**Prerequisites:** 104134 Modern Algebra, 234247 Algorithms 1, 236343 Computability Theory

Credit points 2.0

Lectures: Wednesday 10:30 – 12:30

Grade: will be based on four assignments + a bonus assignment

The course is for graduate and undergraduate students

### Detailed content by weeks:

- **lecture 1** - Introduction for network coding, finite fields, error-correcting codes.
- **Lecture 2** - Routing, unicast, multicast, and broadcast, min-cut/max-flow theorem, Menger's theorem, Edmonds' theorem, Steiner trees.
- **Lecture 3** - The advantage of network coding on routing, linear vs. nonlinear network codes.
- **Lecture 4** - Routing capacity and network coding capacity.
- **Lecture 5** - Algebraic approach to network coding, min-cut/max-flow theorem for multicast networks, linear information flow algorithm.
- **Lecture 6** - Code design and alphabet size, random network coding, coherent vs. noncoherent network coding.
- **Lecture 7** - Combinatorial designs and  $q$ -analogs.
- **Lecture 8** - Bounds on the alphabet size and complexity questions.
- **Lecture 9** - Metrics used for network coding, the rank-metric, the Grassmannian, the projective space, the injection metric.
- **Lecture 10** - Subspace codes, Ferrers diagrams, lifting rank-metric codes, the multi-level construction, punctured codes.
- **Lecture 11** - Bounds on the sizes of codes, asymptotic behavior.

- **Lecture 12** - The advantage of vector network coding on scalar network coding.
- **Lecture 13** - Matroids and networks.

**List of references:** From some only a few lines will be considered. They are listed for completeness.

## References

- [1] C. BACHOC, A. PASSUELLO, AND F. VALLENTIN, *Bounds for projective codes from semidefinite programming*, *Advances of Mathematics in Communications*, 7 (2013), 127–145.
- [2] E. BEN-SASSON, T. ETZION, A. GABIZON, AND N. RAVIV, *Subspace polynomial and cyclic subspace codes*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 62 (2016), 1157–1165.
- [3] S. R. BLACKBURN AND T. ETZION, *The asymptotic behavior of Grassmannian codes*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 58 (2012), 6605–6609.
- [4] M. BRAUN, T. ETZION, P. R. J. ÖSTERGÅRD, A. VARDY, AND A. WASSERMANN, *Existence of  $q$ -Analogues of Steiner Systems*, *Furum of Mathematics Pi*, 4 (2016), 1–14.
- [5] J. CANNONS, R. DOUGHERTY, C. FREILING, AND K. ZEGER, *Network routing capacity*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 52 (2006), 777–788.
- [6] R. DOUGHERTY, C. FREILING, AND K. ZEGER, *Insufficiency of linear coding in network information flow*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 51 (2005), 2745–2759.
- [7] R. DOUGHERTY, C. FREILING, AND K. ZEGER, *Networks, matroid, and non-Shannon information inequalities*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 53 (2007), 1949–1969.
- [8] J. B. EBRAHIMI AND C. FRAGOULI, *Algebraic algorithms for vector network coding*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 57 (2011) 996–1007.
- [9] T. ETZION, AND N. SILBERSTEIN, *Error-correcting codes in projective spaces via Rank-Metric Codes and Ferrers Diagrams*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 55 (2009) 2909–2919.
- [10] T. ETZION AND N. SILBERSTEIN, *Codes and designs related to lifted MRD codes*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 55 (2013) 1004–1017.
- [11] T. ETZION AND A. VARDY, *Error-correcting codes in projective space*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 57 (2011) 1165–1173.

- [12] T. ETZION AND A. VARDY, *q*-analogs for Steiner systems and covering designs, *Advances of Mathematics in Communications*, 5 (2011) 161–176.
- [13] T. ETZION AND A. WACHTER-ZEH, Vector network coding based on subspace codes outperforms scalar linear network coding, *Proc. of IEEE Int. Symp. on Inform. Theory (ISIT)*, pp. 1949–1953, Barcelona, Spain, July 2016.
- [14] C. FRAGOULI AND E. SOLJANIN, Information flow decomposition for network coding, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 52 (2006), 829–848.
- [15] T. HO, M. MÉDRAD, R. KOETTER, D. R. KARGER, M. EFFROS, J. SHI, B. LEONG, A random linear network coding approach to multicast, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 52 (2006) 4413–4430.
- [16] S. JAGGI, P. SANDERS, P. A. CHOU, M. EFFROS, S. EGNER, K. JAIN, L. TOLHUIZEN, Polynomial time algorithms for multicast network code construction, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 51 (2005) 1973–1982.
- [17] R. KOETTER AND F. KSCHISCHANG, Coding for errors and erasures in random network coding, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 54 (2008) 3579–3591.
- [18] R. KOETTER AND M. MÉDRAD, An algebraic approach to network coding, *IEEE Trans. Networking*, 11 (2003) 782–795.
- [19] A. RASALA-LEHMAN AND E. LEHMAN, Complexity classification of network information flow problems, *Proc. Symp. Discrete Algorithms (SODA)*, pp. 142–150, New Orleans, LA, January 2004.
- [20] S. RIIS AND R. AHLWEDE, Problems in network coding and error correcting codes appended by a draft version of S. Riis Utilising public information in network coding, *General Theory of Information Transfer and Combinatorics*, in *Lecture Notes in Computer Science Volume*, 4123 (2006) 861–897.
- [21] D. SILVA AND F. KSCHISCHANG, On metrics for error correction in network coding, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 55 (2009) 5479–5490.
- [22] D. SILVA, F. KSCHISCHANG, AND R. KOETTER, A rank-metric approach to error control in random network coding, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 54 (2008) 3951–3967.
- [23] Q. (T.) SUN, X. YIN, Z. LI, AND K. LONG, Multicast network coding and field sizes, *IEEE Trans. on Inform. Theory*, IT-61 (2015) 6182–6191.
- [24] Q. (T.) SUN, X. YANG, K. LONG, AND Z. LI, Constructing multicast networks where vector linear coding outperforms scalar linear coding, *Proc. of IEEE Int. Symp. on Inform. Theory (ISIT)*, pp. 2633–2637, Hong Kong, China, June 2015.